

Analiza comportamentului termic al Unităților de Stocaj Termic în Substanțe cu Schimbare de Fază

Dan CONSTANTINESCU¹

REZUMAT

Unitățile de Stocaj Termic în Substanțe cu Schimbare de Fază (USTSF) sunt componente ale instalațiilor de încălzire / răcire care utilizează agenți termici proveniți de la surse convenționale sau solare. În lucrare se prezintă modele matematice specifice proceselor de schimbare de fază proprii unităților de stocaj cu formă geometrică reprezentativă, respectiv plană, cilindrică și sferică. Soluțiile analitice sunt specifice cazurilor caracterizate de variație spațial și temporală a temperaturii agentului termic, respectiv cazului cu temperatura uniformă a agentului termic. Soluțiile au forma unor funcții polinoamiale din care se reține pentru aplicații practice variația liniară a temperaturii în raport cu parametrul β , definit în raport cu căldura specifică a substanței cu schimbare de fază și cu căldura latentă de schimbare de fază. Se prezintă metode ingineresti de dimensionare a USTSF în funcție de viteza medie de propagare a frontului de schimbare de fază și de caracteristica hidraulică a curgerii agentului termic.

Cuvinte cheie: schimbare de fază, căldură latentă, front de schimbare de fază, durată proces, numere critiale

ABSTRACT

The Phase Change Thermal Storage Units (PCTSU) are constituent parts of heating / cooling installations using heat carriers prepared by traditional or solar heating / cooling systems. The paper introduces the mathematical model specific to the phase change process specific for the most representative geometrical forms: plane, cylinder and spherical. The analytical solutions obtained are specific to heat transfer in the variant of heat carrier temperature variation in time and space as well as in the simplified variant of heat carrier uniform temperature. For practical reasons the solutions presented as calculus examples are approximated by linear functions of temperatures as against β parameter defined according to the substance specific heat and to the phase change latent heat. Starting from the analytical solutions the paper introduces engineering dimensioning methods of PCTSU using phase change front average propagation velocity and the heating carrier flow regime.

Key words: phase change, latent heat, phase change front, process length, dimensionless numbers

Utilizarea substanțelor care își modifică starea de agregare (solid $\rightarrow$ lichid $\rightarrow$ solid) ca materiale cu proprietăți superioare de acumulare a căldurii / frigului se bazează pe valoarea ridicată a căldurii latente de schimbare de fază și pe nivelul de temperatură la care se produce schimbarea de fază, adecvat proceselor de încălzire și răcire proprii spațiilor ocupate. Caracteristic procesului de schimbare de fază este menținerea valorii temperaturii la frontiera dintre fluidul care transportă căldura și substanța cu schimbare de fază, constantă și egală cu temperatura de schimbare de fază t_F care, alături de căldura latentă de schimbare de fază, sunt proprietăți ale substanțelor cu schimbare de fază.

Densitatea și căldura specifică au valori diferite în stare solidă și în stare lichidă. Procesul de modificare a stării de agregare este însoțit de modificarea volumului substanței. Odată cunoscute proprietățile materialului în ambele stări de agregare, problema fundamentală este cea a dimensionării Unităților cu Substanțe cu Schimbare de Fază (USTSF) astfel încât, în funcție de temperatura impusă de proces, să se acumuleze o cantitate maximă într-un timp asociat capacității sursei de a furniza căldură / frig. Avantajul utilizării USTSF în locul substanțelor cu acumulare de tip sensibil (roci, apă la temperaturi superioare celei de îngheț și inferioare celei de fierbere) este dat de volumul considerabil redus al

¹Institutul Național de Cercetare-Dezvoltare în Construcții și Economia Construcțiilor – INCERC București;
dan.constantinescu@incerc2004.ro

USTSF în comparație cu unitățile de stocaj termic în medii sensibile. Substanțele cu schimbare de fază aparțin atât clasei substanțelor organice (parafine și anhidrida maleică ($C_4H_2O_3$)) pentru domeniul de temperaturi care interesează aplicațiile din construcții), cât și clasei substanțelor anorganice (sarea Glauber, apa etc.). Substanțele organice sunt practic neutre față de materialele de încapsulare spre deosebire de cele anorganice care prezintă acțiune corozivă. Pe de altă parte, substanțele organice sunt inflamabile în timp ce cele anorganice nu prezintă nici un risc din acest punct de vedere. Alegerea substanțelor se face în funcție de parametrii termofizici și de cerințele de siguranță în exploatare a USTSF.

În lucrare se prezintă câteva modele de calcul utile activității de dimensionare a USTSF. Unitățile de stocaj au fost încadrate în trei tipuri de geometrii, respectiv:

- plană;
- cilindrică;
- sferică.

Fluidul care transportă căldura / frigul (agent termic) este caracterizat de capacitate termică foarte redusă (masa este limitată de evitarea proceselor termice în medii sensibile, dezavantajoase atât energetic, cât și dimensional). Se au în vedere două tipuri de procese, după cum urmează:

- cu variație a temperaturii agentului termic în spațiu și timp;
- izoterme la valoarea t_F .

1. Model matematic al procesului de schimbare de fază specific geometriei plane pentru agent termic cu temperatură variabilă

Schema de calcul este prezentată în fig. 1.

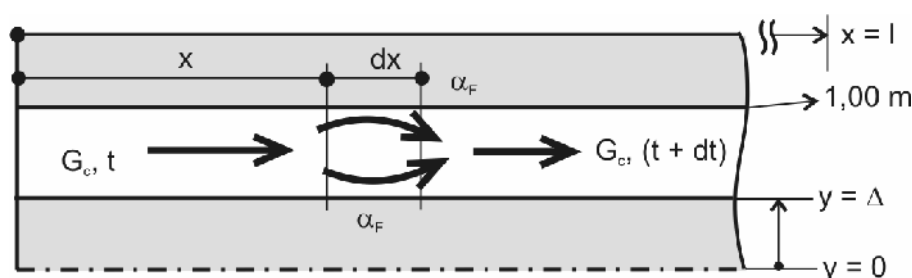


Fig. 1. Schema de calcul a USTSF – geometrie plană

Ecuția de bilanț termic a agentului termic este:

$$\frac{dt(x)}{dx} + \frac{2\alpha_F}{G \cdot c} \cdot [t(x) - \vartheta]_{y=\Delta}(x) = 0 \quad (1)$$

Se face ipoteza că la începutul procesului de schimbare de fază temperatura substanței cu schimbare de fază are valoarea constantă $\vartheta(x, \tau = 0) = t_F$.

A doua ipoteză se referă la faptul că în stare lichidă nu se dezvoltă curenți de convecție în substanța cu schimbare de fază (în special ca urmare a dimensiunilor reduse ale USSF) astfel încât transferul de căldură în masa de lichid se produce prin conducție:

$$\frac{\partial \vartheta(y, \tau)}{\partial \tau} = a_L \cdot \frac{\partial^2 \vartheta(y, \tau)}{\partial y^2} \quad (2)$$

Condiția la limită la frontiera $y = z$ dintre substanța în stare lichidă și cea în stare solidă este dată de ecuația Stefan:

$$\frac{dZ(\tau)}{d\tau} = - \frac{\lambda_L}{\rho_L \cdot L} \cdot \frac{\partial \vartheta_L(\tau)}{\partial y} \Big|_{y=Z} \quad (3)$$

în care: Z este poziția frontului de schimbare de fază [m]; L – căldura latentă de schimbare de fază [J / kg]; indicele L – specific proprietăților termofizice ale substanței în stare lichidă.

Condiția la limită la frontiera dintre agentul termic și substanța cu schimbare de fază (SSF) este condiție de speța a III-a, respectiv:

$$\alpha_F \cdot [t - \vartheta(y = \Delta)] - \lambda_L \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=\Delta} = 0 \quad (4)$$

Faptul că procesul de schimbare de fază este unul izoterm este pus în evidență de relația:

$$\vartheta(y = Z, \tau) = t_F \quad (5)$$

Dacă se ține seama de faptul că variația temperaturii $\vartheta(y, \tau)$ este condiționată de modificarea poziției frontului de schimbare de fază $Z(\tau)$, rezultă:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{\partial \vartheta}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} \quad (6)$$

și, în funcție de ecuația Stefan, rezultă:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = - \frac{\lambda_L}{\rho_L \cdot L} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial Z} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=Z} \quad (7)$$

Ecuația de transfer de căldură în mediu sensibil devine:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \xi \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial Z} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=Z} = 0 \quad (8)$$

în care s-a notat:

$$\xi = \frac{c_L}{L}$$

Se generează o nouă variabilă:

$$\Theta(y, \tau) = \frac{t_0 - \vartheta(y, \tau)}{t_0 - t_F} \quad (9)$$

în care t_0 este temperatura cu care intră agentul termic în USTSF [°C].

În funcție de noua variabilă $\Theta(y, \tau)$ se reformulează problema după cum urmează:

$$\begin{cases} \beta \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=Z} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \\ \Theta(Z, Z) = 1 \\ \alpha_F \cdot \left[\Theta(y = \Delta) - \frac{t_0 - t}{t_0 - t_F} \right] + \lambda_L \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=\Delta} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

în care:

$$\beta = \frac{c_L}{L} \cdot (t_0 - t_F)$$

Se propune soluția de forma:

$$\Theta(Z, y) = \sum_{j=0}^n \beta^j \cdot \Theta_j(Z, y) \quad (11)$$

Se adoptă noile variabile:

$$\mathcal{Y} = \frac{y}{\Delta}; \quad \mathcal{Z} = \frac{Z}{\Delta}; \quad \beta_{iF} = \frac{\alpha_F \cdot \Delta}{\lambda_L} \quad (12)$$

Înlocuind expresia $\Theta(Z, y)$ și făcând identificarea termenilor în funcție de exponentul j , se obțin:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \mathcal{Y}^2} = 0 \\ \Theta_0|_{\mathcal{Y}=\mathcal{Z}} = 1 \\ \text{Bi}_F \cdot \left(\Theta_0|_{\mathcal{Y}=1} - \frac{t_0 - t}{t_0 - t_F} \right) + \frac{\partial \Theta_0}{\partial \mathcal{Y}} \Big|_{\mathcal{Y}=1} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

cu soluția:

$$\Theta_0(\mathcal{Z}, \mathcal{Y}) = \frac{1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \mathcal{Y}) + \beta_{iF} \cdot \frac{t_0 - t}{t_0 - t_F} \cdot (\mathcal{Y} - \mathcal{Z})}{1 + \beta_{iF} \cdot (1 - \mathcal{Z})} \quad (14)$$

respectiv:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Theta_1(\bar{Z}, \bar{y})}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\partial \Theta_0(\bar{Z}, \bar{y})}{\partial \bar{Z}} \cdot \frac{\partial \Theta_0(\bar{Z}, \bar{Z})}{\partial \bar{y}} = 0 \\ \text{Bi}_F \cdot \Theta_1(\bar{Z}, 1) + \frac{\partial \Theta_1(\bar{Z}, 1)}{\partial \bar{y}} = 0 \\ \Theta_1(Z, Z) = 0, \quad \text{Bi}_F = \frac{\alpha_F \cdot \Delta}{\lambda_L} \end{array} \right. \quad (15)$$

cu soluția:

$$\begin{aligned} \Theta_1(\bar{Z}, \bar{y}) = & [a_1(\text{Bi}_F, \bar{Z}) \cdot \bar{y}^3 - a_2(\text{Bi}_F, \bar{Z}) \cdot \bar{y}^2 + \\ & + a_3(\text{Bi}_F, \bar{Z}) \cdot \bar{y} - a_4(\text{Bi}_i, \bar{Z})] \cdot \left(1 - \frac{t_0 - t}{t_0 - t_F} \right)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Cu notațiile:

$$R = \frac{t - t_0}{t_0 - t_F}; \quad \bar{x} = \frac{x}{l} \quad (17)$$

ecuația de bilanț termic al agentului termic devine:

$$\frac{dR}{dx} + 2 \cdot \frac{\alpha_F}{g \cdot c} \cdot (R + \Theta|_{\bar{y}=1}) = 0 \quad (18)$$

Reținând numai variația liniară $\Theta = \Theta(\beta)$, rezultă:

$$\begin{aligned} \Theta(\bar{Z}, \bar{y}) = & \Psi_1(\text{Bi}_i, \bar{y}, \bar{Z}) + \Psi_2(\text{Bi}_i, \bar{y}, \bar{Z}) \cdot \frac{t - t_0}{t_0 - t_F} + \\ & + \beta \Psi_3(\text{Bi}_F, \bar{y}, \bar{Z}) \cdot \left(1 - \frac{t_0 - t}{t_0 - t_F} \right)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Soluția ecuației de bilanț termic al agentului termic are expresia:

$$R = R_1 \cdot R_2 \cdot \frac{1 - \exp[-\varphi_2(\text{Bi}_F, \bar{Z}, \beta) \cdot (R_1 - R_2) \cdot \bar{x}]}{R_2 - R_1 \cdot \exp[\varphi_2(\text{Bi}_i, \bar{Z}, \beta) \cdot (R_1 - R_2) \cdot \bar{x}]} \quad (20)$$

în care R_1 și R_2 sunt soluțiile ecuației algebrice:

$$\begin{aligned} & \beta \Psi_3(\text{Bi}_i, \bar{Z}, 1) \cdot R^2 + [1 + \Psi_2(\text{Bi}_F, \bar{Z}, 1) + \\ & + 2\beta \Psi_3(\text{Bi}_F, \bar{Z}, 1)] \cdot R + \\ & + \Psi_1(\text{Bi}_i, \bar{Z}, 1) + \beta \Psi_3(\text{Bi}_F, \bar{Z}, 1) = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

în care:

$$\Psi_3(\text{Bi}_i, \bar{Z}, 1) = \beta^{-1} \varphi_2(\text{Bi}_F, \bar{Z}, \beta)$$

Ecuația de variație în timp a poziției frontului de schimbare de fază $\bar{Z}(\tau)$ are expresia:

$$\frac{d\bar{Z}(\text{Fo}_F)}{d\text{Fo}_F} \cong \frac{\partial \Theta_0}{\partial \bar{y}} \bigg|_{\bar{y}=\bar{Z}} + \beta \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial \bar{y}} \bigg|_{\bar{y}=\bar{Z}} \quad (22)$$

în care: $\text{Fo}_F = \frac{a_L \cdot \tau}{\Delta^2} \cdot \frac{c_L}{L} \cdot (t_0 - t_F)$ este numărul Fourier pentru procese de schimbare de fază.

Soluțiile prezentate permit determinarea variației în spațiu și în timp a poziției frontului de schimbare și a temperaturii agentului termic. O simplificare considerabilă a aparatului matematic se obține prin considerarea agentului termic ca fluid izoterm.

2. Model matematic specific fluidului izoterm și geometriei plane a USTSF

În ipoteza izotermiei agentului termic problema este definită de ecuațiile:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} - \beta \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{Z}} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \bigg|_{\bar{y}=\bar{Z}} = 0 \\ \Theta(\bar{Z}, \bar{Z}) = 1 \\ \text{Bi}_F \cdot \Theta(\bar{Z}, 1) + \frac{\partial \Theta(\bar{Z}, 1)}{\partial \bar{y}} = 0 \end{array} \right. \quad (23)$$

Utilizând același tip de soluție ca în cazul fluidului cu temperatură variabilă:

$$\Theta(\xi, \eta) = \sum_{j=0}^n \beta^j \cdot \Theta_j(\xi, \eta)$$

și păstrând numai soluția de ordinul unu, se obține:

$$\begin{aligned} \Theta(\xi, \eta) \cong & \frac{1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \eta)}{1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)} + \\ & + \beta \cdot \frac{\text{Bi}_F^3}{6 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^3} \cdot \eta^3 - \\ & - \frac{(1 + \text{Bi}_F) \cdot \text{Bi}_F^2}{2 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^2} \cdot \eta^2 + C_1 \cdot \eta + C_2 \end{aligned} \quad (24)$$

în care:

$$\begin{aligned} C_1 = & \frac{2 \cdot \text{Bi}_F^2 \cdot [3 \cdot (1 + \text{Bi}_F) + \text{Bi}_F^2]}{6 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^4} - \\ & - \frac{\text{Bi}_F^3 \cdot \xi^2 \cdot [3 \cdot (1 + \text{Bi}_F) - \text{Bi}_F \cdot \xi]}{6 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^4} \\ C_2 = & - \frac{2 \cdot \text{Bi}_F^2 \cdot \xi \cdot [3 \cdot (1 + \text{Bi}_F) + \text{Bi}_F^2]}{6 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^4} + \\ & + \frac{\text{Bi}_F^2 \cdot \xi^2 \cdot (1 + \text{Bi}_F) \cdot [3 \cdot (1 + \text{Bi}_F) - \text{Bi}_F \cdot \xi]}{6 \cdot [1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)]^4} \end{aligned}$$

Viteza de variație a frontului de schimbare de fază se determină cu o relație de forma:

$$\frac{d\xi}{d\text{Fo}_F} = \frac{\sum_{k=0}^3 A_k \cdot \xi^k}{\sum_{k=0}^4 B_k \cdot \xi^k} \quad (25)$$

în care A_k și B_k sunt funcții de β și Bi_F , iar Fo_F este numărul adimensional Fourier pentru procese de schimbare de fază.

Pentru a avea o imagine cantitativă a procesului de schimbare se prezintă, în continuare, un studiu de caz bazat pe încălzirea USSF realizată din plăci plane cu grosimea $2\Delta = 0,05$ m, de anhidridă maleică.

Agentul încălzitor este aerul cald cu temperatura constantă $t_0 = 90^\circ\text{C}$. Temperatura $t_F = 52^\circ\text{C}$.

Celelalte valori ale coeficienților utilizați în analiza numerică sunt:

$$\begin{aligned} \alpha_F &= 23 \text{ W / m}^2\text{K}; \\ L &= 213,5 \text{ kJ / kg}; \\ c_L &= 2000 \text{ J / kgK}; \\ \lambda_L &= 0,247 \text{ W / mK}; \\ \rho_L &= 1295 \text{ kg / m}^3. \end{aligned}$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} \text{Bi}_F &= \frac{\alpha_F \cdot \Delta}{\lambda_L} = 2,35; \\ \beta &= 0,358 \\ \text{Fo}_F &= 0,196 \tau \end{aligned}$$

Utilizând simplificarea $\Theta \cong \Theta_0(\xi, \eta)$, ecuația de variație a vitezei frontului de schimbare de fază are forma:

$$\frac{d\xi}{d\text{Fo}_F} \cong \frac{0,88}{\xi - 1,425}$$

cu soluția:

$$0,50 \cdot \xi^2 - 1,425 \cdot \xi - 0,88 \cdot \text{Fo}_F = 0,925$$

În fig. 2 și 3 se prezintă variația vitezei de propagare a frontului de schimbare de fază și variația $\xi(\tau)$. În graficul din fig. 4 se prezintă variația temperaturii la cota $\eta = 1$ (la contactul dintre agentul termic și USSF), alături de variația fluxului termic specific cedat de agentul termic către SSF. Se constată că viteza de propagare a frontului de schimbare de fază variază semnificativ în funcție de poziția acestuia. Valoarea medie se determină cu relația:

$$\bar{w} = \frac{\Delta}{\tau_f \cdot (t_0 - t_F)}$$

Pentru cazul analizat, $\bar{w} = 0,138 \text{ mm / h}^\circ\text{C}$.

Valoarea medie a fluxului termic specific pe durata $\tau_f = 5,36 \text{ h}$ este $\bar{q} = 416 \text{ W / m}^2$, care conduce la cantitatea de căldură acumulată prin

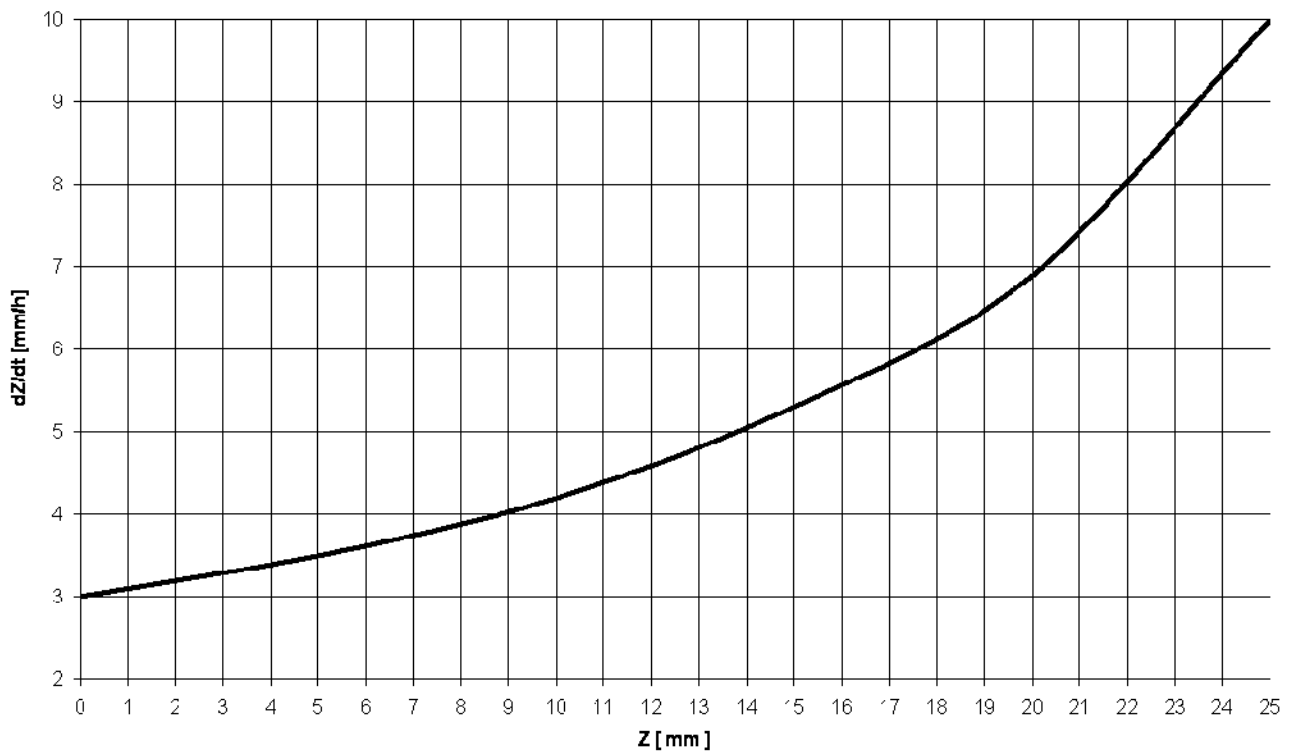


Fig. 2. Variația vitezei de propagare a frontului de schimbare de fază în funcție de poziția frontului de schimbare de fază – anhidridă maleică, placă plană

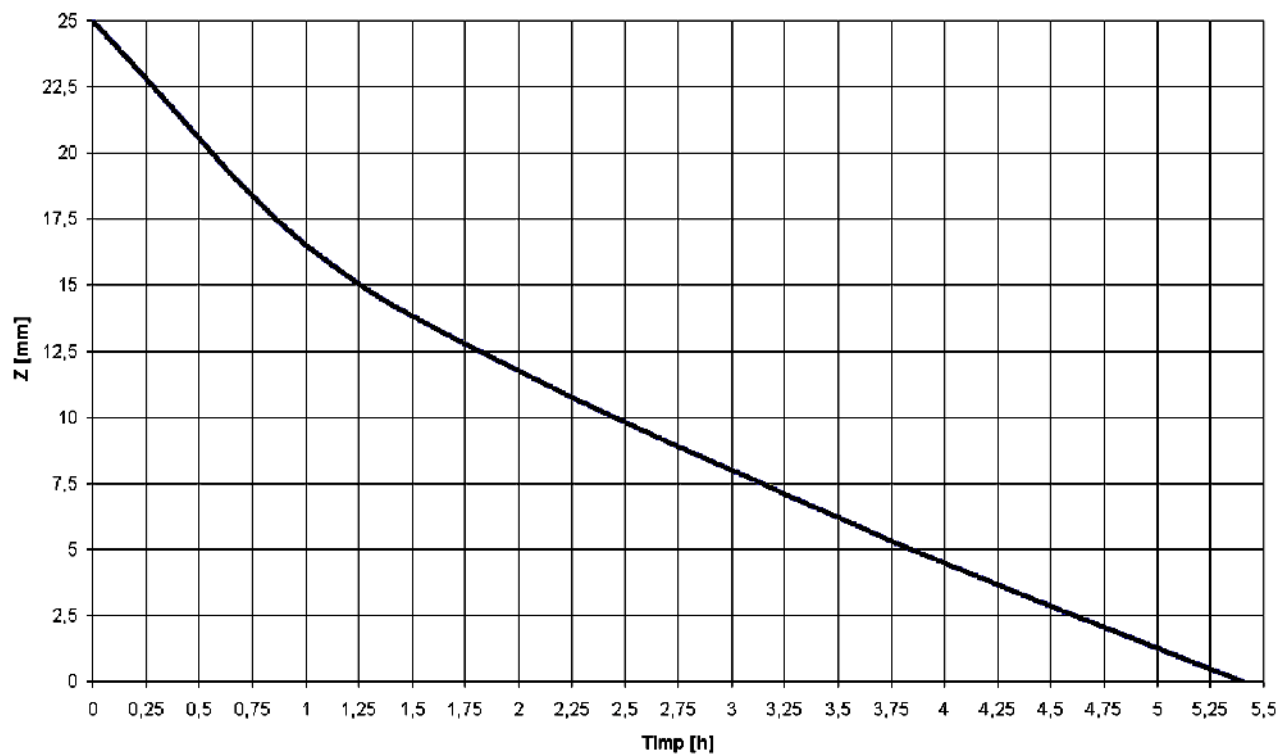


Fig. 3. Variația poziției frontului de schimbare de fază în timp – anhidridă maleică, placă plană

proces de schimbare de fază și modificare a temperaturii substanței (acumulare sensibilă) de $Q \approx 8027 \text{ kJ} / \text{m}^2$. Analiza repartiției temperaturii în masa de SSF la $\tau_f = 5,36 \text{ h}$, atestă faptul că la momentul menționat temperatura în lichid (faza lichidă) are repartiție liniară între 52°C și 78°C , cu media $\bar{\vartheta} \approx 72^\circ\text{C}$. Rezultă că prin proces de acumulare sensibilă s-a acumulat cantitatea de căldură $Q_s \approx 842 \text{ kJ} / \text{m}^2$. Rezultă că Q_s reprezintă numai 10,5 % din cantitatea de căldură acumulată. Aceiași cantitate de căldură la același nivel energetic s-ar fi acumulat prin proces sensibil în $0,148 \text{ m}^3 / \text{m}^2$ apă față de numai $0,025 \text{ m}^3 / \text{m}^2$ anhidridă maleică (raport $\dot{V}_{apa} / \dot{V}_{am} = 5,93$).

O analiză specială vizează influența regimului de curgere a agentului termic asupra eficienței procesului de schimbare de fază. Utilizarea aerului ca agent termic conduce la viteze medii ale propagării frontului de schimbare de fază cuprinse între $0,15 \div 0,30 \text{ mm} / \text{h}^\circ\text{C}$. Utilizarea apei cu valori $\alpha_F \in [200 \div 1000] \text{ W} / \text{m}^2\text{K}$ conduce la valori $\bar{w} \in [0,30 \div 1,00] \text{ mm} / \text{h}^\circ\text{C}$ pentru grosimi ale plăcii plane cuprinse între $0,06 \text{ m} \div 0,01 \text{ m}$.

3. Metodă practică pentru dimensionarea USTSF cu geometrie plană

1. Cantitatea de substanță necesară acumulării cantității de căldură Q se determină cu relația:

$$M = \frac{Q}{L}$$

2. Durata procesului de schimbare se determină cu relația:

$$\tau_f = \frac{\Delta^2 \rho_L L}{\lambda_L \cdot (t_0 - t_F) \cdot \ln(1 + \text{Bi}_F)}$$

În cazul în care se cunoaște durata necesară a procesului, τ_f în funcție de numărul $\pi_f = \tau_f \cdot (t_0 - t_F)$ se determină numărul Bi_F necesar:

$$\text{Bi}_{F\text{nec}} = \exp\left(\frac{\Delta^2 \rho_L L}{\lambda_L \pi_f}\right) - 1$$

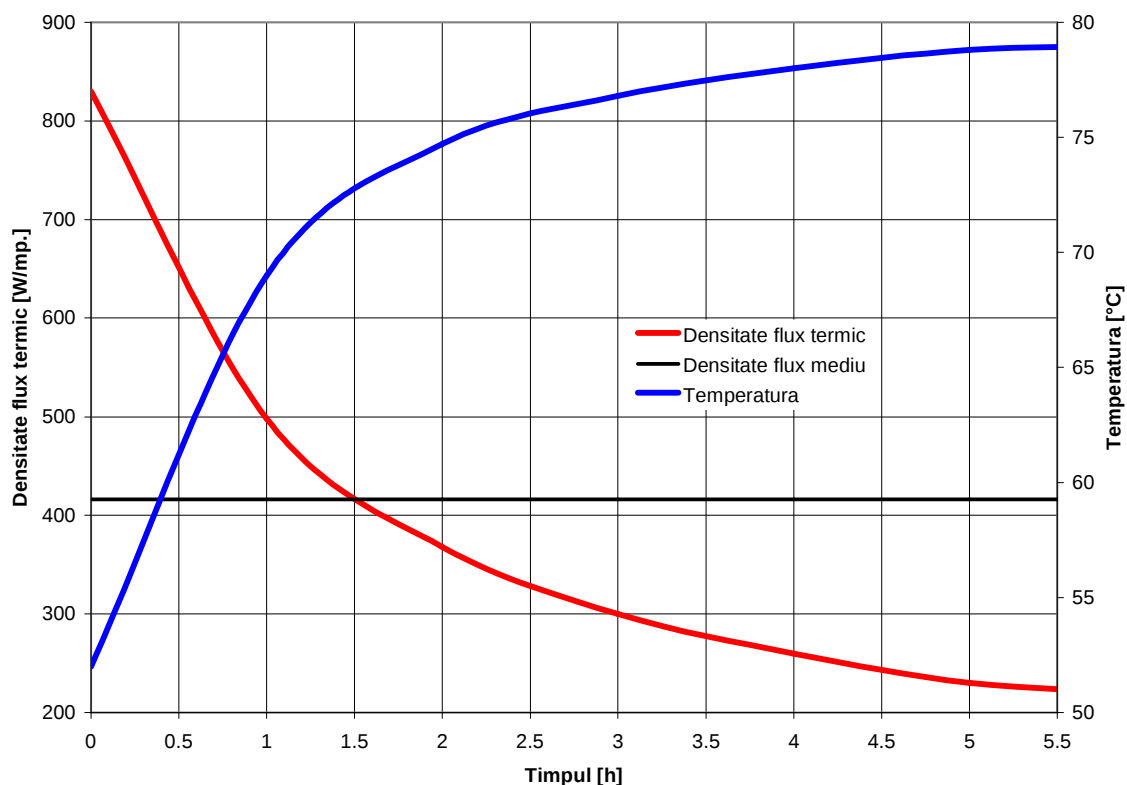


Fig. 4. Parametrii termodinamici la frontiera dintre agentul termic și substanța cu schimbare de fază – anhidridă maleică, placă plană

și apoi:

$$\alpha_F = \frac{\lambda_L}{\Delta} \cdot \left[\exp \left(\frac{\Delta^2 \rho_L L}{\lambda_L \pi_f} \right) - 1 \right]$$

3. Viteza de curgere a agentului termic se determină cu relația:

$$w_f = 700 \cdot \text{Pr}_f \cdot \frac{a_f}{\lambda_f} \cdot \alpha_F$$

în care indicele f se referă la fluid, iar Pr_f este numărul Prandtl determinat la temperatura fluidului.

4. Lungimea necesară a plăcilor de SSF se determină cu relația:

$$l_1 = 5,80 \cdot 10^2 \cdot \frac{M}{\rho_L \Delta} \cdot \frac{v}{G_f}$$

în care: G_f este debitul de agent termic [m^3 / s];
 v_f – viscozitatea cinematică a fluidului cu funcție de agent termic [m^2 / s].

5. Numărul de canale paralele prin care este vehiculat agentul termic se determină cu relația:

$$N_f = 9 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{G_f}{v_f \cdot l_2}$$

în care l_2 este lățimea plăcii de SSF.

Analiza regimului de curgere a agentului termic este asociată cu consumul de energie pentru vehicularea acestuia.

Pentru aplicații practice se poate utiliza aproximația de grad zero:

$$\Theta = \frac{1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)}{1 + \text{Bi}_F \cdot (1 - \xi)}$$

căreia i se asociază:

$$\text{Fo}_F = 0,50 \cdot \xi^2 - \frac{1 + \text{Bi}_F}{\text{Bi}_F} \cdot \xi + \frac{1 + 0,50 \cdot \text{Bi}_F}{\text{Bi}_F}$$

care pentru $\xi = 0$ conduce la determinarea τ_f din ecuația:

$$\text{Fo}_F = \frac{1 + 0,50 \cdot \text{Bi}_F}{\text{Bi}_F}$$

Pentru $\text{Bi}_F \rightarrow \infty$ (condiție la limită de tip Dirichlet) rezultă:

$$\text{Fo}_F \approx 0,50.$$

4. Geometrie plană cu solicitare asimetrică

În cazul în care placa plană este solicitată asimetric prin temperaturile diferite t_1 și t_2 ale mediilor adiacente, se impune determinarea variației temperaturilor mediului lichid, dar și mediului solid. Ecuațiile de bilanț termic devin:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Theta_L}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \Theta_L}{\partial \xi} \cdot \left(\beta_L \cdot \frac{\partial \Theta_L}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=\xi} + \frac{\lambda_L}{\lambda_s} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_s} \cdot \beta_s \cdot \frac{\partial \Theta_s}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=\xi} \right) \\ \Theta_L(\xi, \xi) = 1 \\ \text{Bi}_L \cdot \Theta_L \big|_{\xi=0} - \frac{\partial \Theta_L}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=1} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

pentru mediul lichid, respectiv:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \Theta_s}{\partial \xi} \cdot \left(\beta_L \cdot \frac{\partial \Theta_L}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=\xi} + \frac{\lambda_L}{\lambda_s} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_s} \cdot \frac{c_s}{c_L} \cdot \beta_s \cdot \frac{\partial \Theta_s}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=\xi} \right) \\ \Theta_s(\xi, \xi) = 1 \\ \text{Bi}_s \cdot \Theta_s \big|_{\xi=0} - \frac{\partial \Theta_s}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=0} = 0 \end{cases} \quad (27)$$

pentru mediul solid.

S-au utilizat notațiile:

$$\Theta_L = \frac{t_1 - \vartheta_L}{t_1 - t_F}; \quad \Theta_s = \frac{\vartheta_s - t_2}{t_F - t_2}$$

Ecuția deplasării frontului de schimbare de fază are forma:

$$\frac{dZ}{dFo_F} = \frac{\partial \Theta_L}{\partial \vartheta} \bigg|_{\vartheta=Z} + A \cdot \frac{\partial \Theta_s}{\partial \vartheta} \bigg|_{\vartheta=Z} \quad (28)$$

în care:

$$A = \frac{t_F - t_2}{t_1 - t_F} \cdot \frac{\lambda_s}{\lambda_L} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_s} \quad (29)$$

Considerând aproximarea de grad zero din soluția polinomială se obține:

$$\Theta_L = \frac{1 + Bi_L - Bi_L \cdot Z}{1 + Bi_L - Bi_L \cdot Z} \quad (30)$$

$$\Theta_s = \frac{1 + Bi_s \cdot Z}{1 + Bi_s \cdot Z} \quad (31)$$

$$Fo_F \cong \frac{1 + 0,50 \cdot Bi_L}{Bi_L}$$

În continuare se prezintă relațiile aproximative (aproximația de grad zero) utile dimensionării USSF cu elemente de formă cilindru infinit și sferă.

5. Geometriile cilindrică și sferică – relații practice de calcul

a. Cilindru infinit

$$\Theta \cong \frac{1 - Bi_F \cdot \ln R}{1 - Bi_F \cdot \ln Z} \quad (32)$$

$$Fo_F \cong 0,25 + \frac{0,50}{Bi_F} + 0,50 \cdot Z^2 \cdot \ln Z - \left(0,25 + \frac{0,50}{Bi_F} \right) \cdot Z^2 \quad (33)$$

$$Fo_F \big|_{Z=0} = 0,25 + \frac{0,50}{Bi_F} \quad (34)$$

b. Sfera

$$\Theta \cong \frac{1 - Bi_F + \frac{Bi_F}{Z}}{1 - Bi_F + \frac{Bi_F}{Z}} \quad (35)$$

$$Fo_F \cong 0,167 + \frac{0,33}{Bi_F} - 0,25 \cdot Z^2 + 0,34 \cdot \frac{1 - Bi_F}{Bi_F} \cdot Z^3 \quad (36)$$

$$Fo_F \big|_{Z=0} = 0,167 + \frac{0,33}{Bi_F} \quad (37)$$

în care:

$$R = \frac{r}{R}; \quad Z = \frac{Z}{R}; \quad Bi_F = \frac{\alpha_F R}{\lambda}; \quad Fo_F = \frac{\alpha \tau}{R^2} \cdot \beta.$$

BIBLIOGRAFIE

- Constantinescu D. – *Thermal Analysis of a Phase Change Thermal Storage Unit with Plane Geometry*, Proc. ICBEM Lisabona 1984;
- Hamburger, L – *Conducția căldurii*, Ed. Academiei RPR, 1952;
- Incropera F, De Witt, D.P – *Fundamentals of Heat Transfer*, John Wiley & Sons 1981;
- * * * – *Procese termice în substanțe cu schimbare de fază organice și anorganice*, Contractul INCERC 552/1979